



J C S S  
不確かさの見積もりに関するガイド

登録に係る区分：濃度  
校正手法の区分（呼称）：標準液（各種）  
（第1版）

改訂：平成25年5月29日

独立行政法人製品評価技術基盤機構  
認定センター

---

この指針に関する全ての著作権は、独立行政法人製品評価技術基盤機構に属します。この指針の全部又は一部転用は、電子的・機械的（転写）な方法を含め独立行政法人製品評価技術基盤機構認定センターの許可なしに利用することは出来ません。

発行所 独立行政法人 製品評価技術基盤機構  
認定センター  
住所 〒151-0066 東京都渋谷区西原2丁目49-10  
TEL 03-3481-1921(代)  
FAX 03-3481-1937  
E-mail [jcss@nite.go.jp](mailto:jcss@nite.go.jp)  
Home page <http://www.iajapan.nite.go.jp/jcss>

## 不確かさの見積もりに関するガイド(濃度:標準液)

### 1. 前書き

実用標準液の濃度(またはpH値)の値付けにおける不確かさ要因として、以下のものが挙げられる。

①特定二次標準液の濃度の標準不確かさ(値付け直後)

※指定校正機関より供給される特定二次標準液の濃度の不確かさは、指定校正機関から発行される「JCSS 校正証明書」により与えられる。

②特定二次標準液の均質性の標準不確かさ

③特定二次標準液の安定性の標準不確かさ

④実用標準液の値付け測定における繰り返し測定の標準不確かさ

⑤実用標準液の均質性と安定性の標準不確かさ(必要な場合)

⑥実用標準液の不純物が値付けに与える不確かさ(必要な場合)

※必要な場合、対象元素の原子量の標準不確かさを考慮する。

標準物質(実用標準液)の値付けにおいては、ユーザーが実施する測定の信頼性を確保するために、適切な評価手法を確立することが求められる。このため、各種の不確かさの要因の中で有意なものを選択し、適切に不確かさを見積もることが重要である。

以下に、標準液の値付けにおける不確かさ見積りの3事例を紹介する。全ての事例は、十分大きな有効自由度が確保されており、信頼の水準約95%に相当する包含係数として $k=2$ を採用できる場合の例である。本ガイドに示す3つの事例は、それぞれpH標準液以外の無機標準液、有機標準液、pH標準液の評価事例であるが、均質性、安定性、繰り返し性にかかる不確かさ評価法の複数の例を、事例を跨いで記述している(記載されている数値はあくまでも計算の説明のためのものであり、典型的なものではない)。登録申請対象外の事例についても参照し、適切な評価方法を選択されたい。なお、JCSS制度における値付けに伴う不確かさの見積り方法はこれらの事例に限られるものではない。今後、新規標準液を申請する場合や不確かさの再評価が必要な場合に、過去の測定データ(プールデータ)の活用が図れるようにしたい、等の方針から、本ガイドではあくまでも「事例」として示しており、他の合理的な手順も許容できる。

なお、本ガイドに記述されている手順を全調製ロットについて厳密に遵守し評価を行う必要はないであろう。例えば、新規申請時もしくは値付け手順を大幅に変更した場合等に、代表的な標準液について当手順に従った評価により自身の値付け能力を確認しておき、それ以外の関連する標準液(同様の手順で調製・値付けを実施するものに限る)については簡便なチェック(例えば、少ない試料測定数で標準偏差が同等であることを確認する、など)を実施していく、という方法も許容できるであろう。

原則として、pH標準液以外の標準液で1%以下(相対)、pH標準液(第2種)で0.015以下を目標拡張不確かさとする。

以下に、合理的な不確かさ評価を行うための留意点を挙げる。

- 不確かさ、均質性および安定性の不確かさを適切に評価するために、十分に高い精度の測定を心がけること。定期的に測定精度の確認を実施すること(範囲Rを用いる3シグマ法など)。
- 安定性試験(pH標準液以外)において、保存中の標準液の質量変化を測定することが望ましい(溶液の蒸発揮散による濃度変化を確認するため)。

### 2. 引用規格

- ・ISO Guide 34:2009(JIS Q 0034:2012 標準物質生産者の能力に関する一般要求事項)
- ・ISO Guide 35:2006(JIS Q 0035:2008 標準物質一認証のための一般的及び統計的な原則)

- ・ISO/TS 21749:2005 (JIS Z 8404-2:2008 測定の不確かさ－第2部：測定の不確かさの評価における繰返し測定及び枝分かれ実験の利用の指針)
- ・TS Z 0033:2012 測定における不確かさの表現ガイド(GUM)

### 3. 値付けの不確かさ見積り事例 1(無機標準液(pH 標準液以外)、滴定法)

ここでは、実用標準液の値付けのために、特定二次標準液(申請事業者が調製、調製ロットを複数の瓶に小分けし、そのうち1瓶を特定二次標準液の値付けに用いる)および実用標準液について交互に3回ずつ滴定(直接滴定)し、以下の式を用いて一対一比較により3つの測定値を得、その平均値を校正値とする事例について述べる。

$$C_t = C_r \times \frac{V_t}{V_r}$$

( $C_t$ : 実用標準液濃度、 $C_r$ : 特定二次標準液濃度、 $V_t$ : 実用標準液の滴定量、 $V_r$ : 特定二次標準液の滴定量)

なお、繰り返し測定 of 標準偏差として、過去に取得した20回の繰り返し測定データ(プールデータ)から得られる実験標準偏差を用いている。

#### 3-1 特定二次標準液の濃度の標準不確かさ(値付け直後): $u_1$

特定二次標準液の濃度の不確かさは、指定校正機関から提供される校正証明書に記載されている。相対拡張不確かさが 0.5%、包含係数が 2 である場合、相対標準不確かさ  $u_1$  は

$$u_1 = \frac{0.5}{2} = 0.25 (\%)$$

で与えられる。(自由度  $\infty$ )

#### 3-2. 特定二次標準液の均質性の標準不確かさ: $u_2$

小分け充填された特定二次標準液の試料瓶を等間隔に10本採取、1試料につき2回繰り返し測定を実施し、以下の測定結果を得た。

瓶 No.	測定結果 1 (mg/L)	測定結果 2 (mg/L)
1	1003.81	1002.77
2	1005.26	1001.72
3	1003.83	1002.01
4	1005.45	1005.29
5	1001.44	1003.29
6	1002.43	1005.28
7	1001.69	1003.17
8	1000.04	1005.63
9	1001.35	1003.13
10	1003.02	1002.27

(全平均: 1003.14 mg/L)

得られた結果を基に、一元配置の分散分析を行う。瓶間不偏分散を  $V_A$ 、瓶内不偏分散を  $V_B$ 、反復測定回数を  $n$  とすると、瓶間不均質性分散の推定値  $s_{bb}^2$  は JIS Q 0035 7.8 (4)式により以下のように与えられる。

$$s_{bb}^2 = \frac{V_A - V_B}{n}$$

分散分析結果を以下に示す。分散分析は、Excel の分析ツールにより行える。

(分散分析表)

変動要因	変動	自由度	分散
瓶間	15.86	9	1.76
瓶内	32.83	10	3.28
合計	48.69	19	

この結果より、 $s_{bb}^2 = \frac{1.76 - 3.28}{2}$  が負の値となる。これは、併行精度分散が瓶間分散より大きく、均質性によ

JCG221S11 JCSS 不確かさの見積もりに関するガイド（標準液）6/11  
 不確かさを評価するために十分な測定併行精度が得られていないことによる。そこで、JIS Q 0035 7.9  
 に従って瓶間不均質性による不確かさを算出することにした。まず、JIS Q 0035 7.9 (6)式を用いて、測定  
 併行精度標準偏差が瓶間不均質性標準偏差に与える影響  $u_{bb}$  を以下のように求めた。

$$u_{bb} = \sqrt{\frac{V_B}{n} \times \sqrt{\frac{2}{F_h}}} = \sqrt{\frac{3.28}{2} \times \sqrt{\frac{2}{10}}} = 0.856 \text{ (mg/L)}$$

(ここに、 $V_B$ : 瓶内不偏分散 ( $\text{mg}^2/\text{L}^2$ )、 $n$ : 反復測定回数、 $F_h$ :  $V_B$  の自由度 (= (2-1) x 10))

次に、測定併行標準偏差  $s_r = \sqrt{V_B} = \sqrt{3.28} = 1.81 \text{ (mg/L)}$  を得た。

前者及び後者の相対不確かさを、それぞれ  $u_{2a}$  および  $u_{2b}$  とすると、

$$u_{2a} = \frac{0.856 \times 100}{1003.14} = 0.0853 \text{ (\%)} \text{ (自由度: } \infty \text{)}$$

$$u_{2b} = \frac{1.81 \times 100}{1003.14} = 0.180 \text{ (\%)} \text{ (自由度: } 10 \text{)}$$

※均質性評価のための測定には、少なくとも10本の試料瓶をサンプリングすることが望ましい。試料瓶数  
 が少ない場合、合理的な結果が得られない恐れがある(JIS Q 0035 5.8 参照)。

※簡便な方法(例えば4-4で使用されている方法)を用いることも可能である。

### 3-3 特定二次標準液の保存安定性の標準不確かさ: $u_3$

製造した特定二次標準液3ロット(調製濃度 1000.2 mg/L)について、調製直後および6ヶ月後(特定二  
 次標準液の値付け周期)の濃度を測定し、以下の測定結果を得た。

調製ロット		測定結果(mg/L)	変化率(%)
1	調製直後	1009.6	0.030
	6ヶ月後	1009.9	
2	調製直後	995.8	0.080
	6ヶ月後	996.6	
3	調製直後	1004.8	0.19
	6ヶ月後	1006.7	

最も大きい変化率 0.19%の片側幅で矩形分布していると評価した。これにより、特定二次標準液の相対  
 標準不確かさ  $u_3$  は、

$$u_3 = \frac{0.19}{\sqrt{3}} = 0.110 \text{ (\%)} \text{ (自由度: } \infty \text{)}$$

### 3-4 実用標準液の均質性の標準不確かさ: $u_4$

3-2と同様の手順で、調製された実用標準液ロットについて測定、データを採取し、分散分析を行った。  
 得られた分散分析表を以下に示す。(全平均: 1005.2 mg/L)

(分散分析表)

変動要因	変動	自由度	分散
瓶間	107.54	9	11.949
瓶内	84.27	10	8.427
合計	191.81	19	

分散分析表より、JIS Q 0035 7.8 (4)式を用いて瓶間不均質性標準偏差の推定値  $s_{bb}$  を以下の様に計算  
 した。

$$s_{bb} = \sqrt{\frac{V_A - V_B}{n}} = \sqrt{\frac{11.949 - 8.427}{2}} = 1.33 \text{ (mg/L)}$$

(ここに、 $V_A$ : 瓶間不偏分散 ( $\text{mg}^2/\text{L}^2$ )、 $V_B$ : 瓶内不偏分散 ( $\text{mg}^2/\text{L}^2$ )、 $n$ : 反復測定回数)

次に、測定併行精度標準偏差が瓶間不均質性標準偏差に与える影響  $u_{bb}$  を以下の様に計算した。

$$u_{bb} = \sqrt{\frac{V_B}{n} \times \frac{2}{F_h}} = \sqrt{\frac{8.427}{2} \times \frac{2}{10}} = 1.37 \text{ (mg/L)}$$

両者を比較し、ここではより大きい  $u_{bb}$  を用いることとした (JIS Q 0035 附属書 B.4 参照)。

また測定併行標準偏差は、 $S_r = \sqrt{8.427} = 2.90$  (mg/L) である。前者及び後者の相対不確かさを  $u_{4a}$  及び  $u_{4b}$  とすると、

$$u_{4a} = \frac{1.37 \times 100}{1005.2} = 0.136 \text{ (\%)} \text{ (自由度: } \infty \text{)}$$

$$u_{4b} = \frac{2.90 \times 100}{1005.2} = 0.288 \text{ (\%)} \text{ (自由度: } 10 \text{)}$$

※  $s_{bb} > u_{bb}$  の場合は  $s_{bb}$  を瓶間均質性の不確かさとするが、自由度の評価が困難であり、合理的でない自由度の値が得られる場合が多い (GUM 附属書 H.5.2.6 参照)。有効自由度の評価に影響する場合は、 $u_4$  を 4-4 の方法を用いて評価することもできる。

### 3-5 実用標準液の保存安定性の標準不確かさ: $u_5$

3-3 と同様の手順で、製造した実用標準液 3 ロットについて測定、評価し、以下の安定性の相対不確かさ  $u_5$  を得た。

$$u_5 = \frac{0.14}{\sqrt{3}} = 0.0808 \text{ (\%)} \text{ (自由度: } \infty \text{)}$$

### 3-6 実用標準液の繰り返し測定の不確かさ: $u_6$

プールデータ ( $n = 20$ ) の相対標準偏差は 0.35% であった。3 測定値の平均を校正値とすることから、繰り返し測定の不確かさ  $u_6$  は、

$$u_6 = \frac{0.35}{\sqrt{3}} = 0.202 \text{ (\%)} \text{ (自由度: } 19 \text{)}$$

### 3-7 実用標準液の不純物が値付けに与える不確かさ: $u_7$

必要であれば考慮するが、ここでは考慮しない。

### 3-8 各要因の不確かさの合成: $u_c$

$$u_c = \sqrt{u_1^2 + u_{2a}^2 + u_{2b}^2 + u_3^2 + u_{4a}^2 + u_{4b}^2 + u_5^2 + u_6^2} \\ = \sqrt{0.25^2 + 0.0853^2 + 0.180^2 + 0.110^2 + 0.136^2 + 0.288^2 + 0.0808^2 + 0.202^2} = 0.513 \text{ (\%)}$$

### 3-9 有効自由度の算出: $v_{\text{eff}}$

Welch-Satterthwaite の式により、有効自由度を算出する。 ( $F_i$ : 各標準不確かさの自由度)

$$v_{\text{eff}} = \frac{u_c^4}{\frac{u_1^4}{F_1} + \frac{u_{2a}^4}{F_{2a}} + \frac{u_{2b}^4}{F_{2b}} + \frac{u_3^4}{F_3} + \frac{u_{4a}^4}{F_{4a}} + \frac{u_{4b}^4}{F_{4b}} + \frac{u_5^4}{F_5} + \frac{u_6^4}{F_6}} = \frac{0.513^4}{\frac{0.25^4}{\infty} + \frac{0.0853^4}{\infty} + \frac{0.180^4}{10} + \frac{0.110^4}{\infty} + \frac{0.136^4}{\infty} + \frac{0.288^4}{10} + \frac{0.0808^4}{\infty} + \frac{0.202^4}{19}} \\ = 87$$

### 3-10 拡張不確かさの算出: $U$

3-9 で得られた有効自由度が 10 以上の場合は、包含係数  $k=2$  が採用できる。ただし、有効自由度 10 未満の場合は、有効自由度に対する包含係数を用いる。すなわち、

$$U = k \times u_c$$

ここでは有効自由度が 87 なので、包含係数  $k=2$  が採用できる。よって、相対拡張不確かさ  $U$  は、

$$U = 0.513 \times 2 = 1.1 \text{ (\%)} \text{ (信頼の水準約 95\%)} \text{ と算出される。}$$

## 4. 値付けの不確かさ見積り事例 2 (有機標準液、GC 法)

ここでは、実用標準液の値付けのために、特定二次標準液 (指定校正機関より供給) と実用標準液を交

JCG221S11 JCSS 不確かさの見積もりに関するガイド（標準液）8/11  
互に3回ずつ測定し、一対一比較により3つの測定値を得、その平均値を校正値とする事例について述べる。

#### 4-1 特定二次標準液の濃度の標準不確かさ(値付け直後): $u_1$

特定二次標準液の濃度の不確かさは、指定校正機関から提供される校正証明書に記載されている。相対拡張不確かさが 0.5%、包含係数が 2 である場合、相対標準不確かさ  $u_1$  は

$$u_1 = \frac{0.5}{2} = 0.25 (\%)$$

で与えられる。(自由度  $\infty$ )

#### 4-2 特定二次標準液の均質性の標準不確かさ: $u_2$

特定二次標準液が指定校正機関により調製、供給される場合には、その均質性の不確かさは指定校正機関から提供される濃度の不確かさに含まれている。

従って、ここでは  $u_2$  は考慮しない。

#### 4-3 特定二次標準液の保存安定性の標準不確かさ: $u_3$

保存安定性に関するデータが指定校正機関より提供される場合には、それを用いてもよい。

指定校正機関より得られた特定二次標準液の保存安定性データより、保存安定性の相対標準不確かさ  $u_3$  は

$$u_3 = 0.05(\%)$$

で与えられた。(自由度  $\infty$ )

#### 4-4 実用標準液の均質性の標準不確かさ: $u_4$

小分け充填された試料瓶を等間隔に10本採取、試料瓶ごとに2回測定を実施し、以下の測定結果を得た。

瓶 No.	測定結果1 (mg/L)	測定結果2 (mg/L)	平均値 (mg/L)	不偏分散 (mg <sup>2</sup> /L <sup>2</sup> )
1	1041.83	1044.82	1043.33	4.47
2	1042.84	1039.62	1041.23	5.18
3	1042.94	1038.28	1040.61	10.86
4	1044.42	1041.92	1043.17	3.13
5	1049.75	1043.70	1046.73	18.30
6	1051.01	1045.82	1048.42	13.47
7	1048.18	1042.22	1045.20	17.76
8	1037.62	1042.85	1040.24	13.68
9	1049.96	1052.38	1051.17	2.93
10	1049.29	1043.75	1046.52	15.35
全平均			1044.66	
平均値の標準偏差			3.59	
不偏分散の和				105.12

各瓶の測定値(2データ)の平均値の標準偏差(3.59 mg/L)を用いて、均質性の不確かさを評価する。均質性の相対不確かさ  $u_4$  は、

$$u_4 = \frac{3.59 \times 100}{1044.66} = 0.344 (\%) \quad (\text{自由度: } 9)$$

※分散分析を用いることも可能である。当方法は分散分析法に比べ簡便であるが、併行精度の誤差項を含んでいる。同データを分散分析により評価すると  $u_4 = s_{bb}$ (相対値) = 0.26%となる。

4-5 実用標準液の保存安定性の標準不確かさ:  $u_5$ 

3-3と同様の手順で、調製された実用標準液3ロットを用いて安定性の評価を行った。測定データより得られた安定性の相対標準不確かさ  $u_5$  は、

$$u_5 = 0.232 \text{ (\%)} \text{ (自由度: } \infty \text{)}$$

4-6 実用標準液の繰り返し測定の標準不確かさ:  $u_6$ 

4-4において得られたデータを用いる。各瓶の2測定データから得られる不偏分散の和(105.12)から、以下の式により繰り返し測定の相対不確かさ  $u_6$  を得た。(ここでは瓶間の不均質性を考慮し、全測定データの標準偏差を用いていない。)

$$u_6 = \sqrt{\frac{V_{\text{sum}}}{n}} \times \frac{100}{\bar{c} \times \sqrt{n'}} = \sqrt{\frac{105.12}{10}} \times \frac{100}{1044.66 \times 1.732} = 0.179 \text{ (\%)} \text{ (自由度: } 10 \text{)}$$

(ここに、 $V_{\text{sum}}$ : 不偏分散の和、 $n$ : 測定瓶数、 $\bar{c}$ : 全平均、 $n'$ : 値付け測定における測定繰り返し数)

4-7 実用標準液中の不純物が値付けに与える不確かさ:  $u_7$ 

必要であれば考慮するが、ここでは考慮しない。

4-8 各要因の不確かさの合成:  $u_c$ 

$$u_c = \sqrt{u_1^2 + u_3^2 + u_4^2 + u_5^2 + u_6^2} \\ = \sqrt{0.25^2 + 0.05^2 + 0.344^2 + 0.232^2 + 0.179^2} = 0.519 \text{ (\%)}$$

4-9 有効自由度の算出:  $v_{\text{eff}}$ 

Welch-Satterthwaite の式により、有効自由度を算出する。

$$v_{\text{eff}} = \frac{u_c^4}{\frac{u_1^4}{F_1} + \frac{u_3^4}{F_3} + \frac{u_4^4}{F_4} + \frac{u_5^4}{F_5} + \frac{u_6^4}{F_6}} = \frac{0.519^4}{\frac{0.25^4}{\infty} + \frac{0.05^4}{\infty} + \frac{0.344^4}{9} + \frac{0.232^4}{\infty} + \frac{0.179^4}{10}} = 47$$

4-10 拡張不確かさの算出:  $U$ 

有効自由度が 47 なので、包含係数  $k=2$  が採用できる。よって、相対拡張不確かさ  $U$  は、

$$U = 0.519 \times 2 = 1.1 \text{ (\%)} \text{ (信頼の水準約 95\%)} \text{ と算出される。}$$

**5. 値付けの不確かさ見積り事例3 (pH 標準液、中性りん酸塩)**

ここでは、実用標準液の値付けのために、特定二次標準液(申請事業者が調製、調製ロットを複数の瓶に小分けし、そのうち1瓶を特定二次標準液の値付けに用いる)と実用標準液を交互に3回ずつ測定し、一対一比較により3つの測定値を得、その平均値を校正値とする事例について述べる。なお、繰り返し測定の標準偏差として、過去に取得した20回の繰り返し測定データ(プールデータ)から得られる実験標準偏差を用いている。

5-1 特定二次標準液の pH の標準不確かさ(値付け直後):  $u_1$ 

特定二次標準液の濃度の不確かさは、指定校正機関から提供される校正証明書に記載されている。拡張不確かさが 0.004、包含係数が 2 である場合、標準不確かさ  $u_1$  は

$$u_1 = \frac{0.004}{2} = 0.002$$

で与えられる。(自由度:  $\infty$ )

5-2 特定二次標準液の均質性の不確かさ:  $u_2$ 

3-2と同様の手順で、調製された特定二次標準液ロットについて均質性の評価を行った結果、 $s_{\text{bb}}^2$  が負の値となったため、 $u_{\text{bb}}$  と  $s_r$  としてそれぞれ 0.00042 および 0.00086 を得た。これを  $u_{2a}$  (自由度:  $\infty$ ) および  $u_{2b}$  (自由度: 10) とした。

5-3 特定二次標準液の保存安定性の不確かさ:  $u_3$ 

3-3と同様の手順で、調製された特定二次標準液3ロットを用いて安定性の評価を行った。測定データより得られた安定性の不確かさ  $u_3$  は、

$$u_3 = 0.0012 \text{ (自由度: } \infty \text{)}$$

5-4 実用標準液の均質性の標準不確かさ:  $u_4$ 

3-2と同様の手順で、調製された実用標準液ロットについて均質性の評価を行った結果、 $s_{bb}^2$  が負の値となったため、 $u_{bb}$  と  $s_r$  として 0.00036 および 0.00071 を得た。これを  $u_{4a}$  (自由度:  $\infty$ ) および  $u_{4b}$  (自由度: 10) とした。

5-5 実用標準液の保存安定性の標準不確かさ:  $u_5$ 

3-3と同様の手順で、調製された実用標準液3ロットを用いて安定性の評価を行った。測定データより得られた安定性の不確かさ  $u_5$  は、

$$u_5 = 0.0012 \text{ (自由度: } \infty \text{)}$$

5-6 実用標準液の繰り返し測定の不確かさ:  $u_6$ 

プールデータ( $n = 20$ )の実験標準偏差は 0.0009 であった。3測定値の平均を校正値とすることから、繰り返し測定の不確かさ  $u_6$  は、

$$u_6 = \frac{0.0009}{\sqrt{3}} = 0.00052 \text{ (自由度: 19)}$$

5-7 温度変動にかかる不確かさ:  $u_7$ 

必要な場合考慮するが、ここでは考慮しない。

5-8 測定値の許容差判定、および既定値を校正値に用いることにかかる不確かさ:  $u_8$ 

測定値と判定値(6.865)との差が $\pm 0.005$ 以内であれば、実用標準液のpH校正値を既定値(6.86)とすることとしている。この場合、まず測定値の分布を片側幅 0.005 の矩形分布として許容差判定の標準不確かさ  $u_{8a}$  を評価する。

$$u_{8a} = \frac{0.005}{\sqrt{3}} = 0.0029 \text{ (自由度: } \infty \text{)}$$

次に、判定値と既定値の差に伴う不確かさ  $u_{8b}$  は、|判定値-既定値| を片側幅とする矩形分布として評価する。

$$u_{8b} = \frac{|6.865-6.86|}{\sqrt{3}} = 0.0029 \text{ (自由度: } \infty \text{)}$$

※特定二次標準液との一対一比較により測定値を得る(特定二次→実用→特定二次→実用→特定二次→…の順に測定)方法の他に、特定二次標準液によりpHメータを校正した後複数の実用標準液を測定し、最後に確認の目的で特定二次標準液を測定するバッチを組む方法もある。その場合は、実用標準液に加え最後の特定二次標準液の測定値も一定の許容差に入ること合わせて確認する必要がある。その場合、 $u_{8a}$  の片側幅を2倍とした矩形分布として、許容差判定の標準不確かさを評価する。

5-9 標準不確かさの合成:  $u_c$ 

$$\begin{aligned} u_c &= \sqrt{u_1^2 + u_{2a}^2 + u_{2b}^2 + u_3^2 + u_{4a}^2 + u_{4b}^2 + u_5^2 + u_6^2 + u_{8a}^2 + u_{8b}^2} \\ &= \sqrt{0.002^2 + 0.00042^2 + 0.00086^2 + 0.0012^2 + 0.00036^2 + 0.00071^2 + 0.0012^2 + 0.00052^2 + 0.0029^2 + 0.0029^2} \\ &= 0.00505 \end{aligned}$$

5-10 有効自由度の算出:  $v_{\text{eff}}$ 

Welch-Satterthwaite の式により、有効自由度を算出する。

$$\begin{aligned}
 V_{\text{eff}} &= \frac{u_c^4}{\frac{u_1^4}{F_1} + \frac{u_{2a}^4}{F_{2a}} + \frac{u_{2b}^4}{F_{2b}} + \frac{u_3^4}{F_3} + \frac{u_{4a}^4}{F_{4a}} + \frac{u_{4b}^4}{F_{4b}} + \frac{u_5^4}{F_5} + \frac{u_6^4}{F_6} + \frac{u_{8a}^4}{F_{8a}} + \frac{u_{8b}^4}{F_{8b}}} \\
 &= \frac{0.00505^4}{\frac{0.002^4}{\infty} + \frac{0.00042^4}{\infty} + \frac{0.00086^2}{10} + \frac{0.0012^4}{\infty} + \frac{0.00036^4}{\infty} + \frac{0.00071^4}{10} + \frac{0.0012^4}{\infty} + \frac{0.00052^4}{19} + \frac{0.0029^4}{\infty} + \frac{0.0029^4}{\infty}} \\
 &= 7746
 \end{aligned}$$

### 5-11 拡張不確かさの算出: $U$

有効自由度が 7746 なので、包含係数  $k=2$  が採用できる。よって、拡張不確かさ  $U$  は、 $U = 0.004900.00505 \times 2 = 0.011$ （信頼の水準約 95%）と算出される。